Om den matematiska kunskapens osynlighet

Jan Boman

(Bidrag till Dialogseminarium om Det matematiska kulturarvet", mars 2004)

Matematiken ger oss begrepp som fungerar som redskap för tanken, teleskop för intellektet som jag skriver i *Matematik som poesi*, tecken att tänka med som Pehr Sällström säger. Matematiska begrepp ger oss tankeekonomi genom att reducera till rutin sådana tankeoperationer som skulle ha varit mödosamma utan de rätta begreppen. Rutin betyder i detta sammanhang ofta mekanisk räkning enligt inlärda regler, algoritmer. Därmed frigörs tankekraft för svårare frågor på en högre nivå. På samma sätt förenklar matematiken tänkandet på den högre nivån, så att arbetet även här reduceras till rutin. Redskapen används alltså till att skapa nya redskap. Och så vidare. Följden är att de stigar som under stor möda och genialitet har röjts av pionjärerna nu är väl upptrampade och lätta att gå för oss alla genom att vi har övertagit de rätta begreppen, de rätta tankeredskapen. Detta är förstås en viktig del av det matematiska kulturarvet.

Det paradoxala är emellertid att – åtminstone en del av – dessa tankeredskap i dag förefaller oss så till den grad naturliga att vi inte ser dem, och i varje fall inte uppfattar dem som hörande till matematiken. Matematikens styrka blir dess svaghet: just därför att den är så effektiv blir den osynlig. De triviala kalkylerna betraktas som matematik, men inte de raffinerade tankeredskapen.

Detta innebär att grundläggande kunskaper i matematik ofta utgör ett slags *tyst kunskap*, ett fenomen som ju ofta har varit föremål för Dialogseminariets intresse. (Jämför Lars Mouwitz citat från Ellen Key, sidan 13: "Bildning är det som finns kvar när du glömt det du lärt dig".)

Enkla rationella tal såsom 3/4 eller 5/7 är i dag så naturliga för oss, att vi knappt kan tänka oss hur det skulle vara att vara utan dem. Men i själva verket är dessa tal en raffinerad abstraktion, som det har tagit lång tid att utveckla. Talet 3/4 kan tolkas antingen som en kvantitet, till exempel tre fjärdedels liter, eller som en kvot mellan storheter av samma slag, eller som en kvot mellan storheter av olika slag (t.ex. kronor/kg). Poängen ligger bland annat däri att vi kan addera, multiplicera och dividera rationella tal utan att tänka på den ena eller andra tolkningen. På analogt sätt förhåller det sig med negativa tal, komplexa tal, kvadratrötter o.s.v.

De negativa talen kom för resten överraskande sent in i matematiken. Ännu de som kämpade med tredjegradsekvationer på 1500-talet undvek negativa tal. I själva verket stötte negativa tal under lång tid på nästan lika hårt motstånd som komplexa tal. Anledningen var att talen fortfarande var hårt kopplade till sina tolkningar: sträcka, yta, volym, etc. (Se t.ex. *Bildning och matematik,* sidan 31.) Talbegreppets frigörelse från varje slag av tolkning är som sagt en kolossalt effektiv och raffinerad abstraktion.

Ett annat exempel är positionssystemet för att representera tal. Om man försöker multiplicera två tal med användning av det romerska sättet att beteckna tal, så förstår man vilket värdefullt tankeredskap som vårt siffersystem utgör.

Förmågan att ta till sig information om sambandet mellan två eller flera variabler med hjälp av diagram och kurvor i koordinatsystem är en matematisk kompetens som kvarstår efter att man har glömt alla diagrammen och kurvorna. Och på en något högre nivå, förmågan att använda funktionsbegreppet för att reflektera över sambandet mellan variabler är en värdefull kunskap som kvarstår efter att vi har glömt alla formlerna, men den kunskapen är ”osynlig”, eftersom den känns fullständigt självklar för den som har den.

En slutsats av detta är att vi har en folkbildaruppgift, nämligen att synliggöra den ”osynliga” delen av det matematiska kulturarvet. En annan slutsats är att det är mycket viktigt att alla matematiklärare har god förståelse för denna del av det matematiska kulturarvet; de bör ju nämligen känna till att de insikter som har lett fram till dessa begrepp är långt ifrån så självklara som det kan förefalla för oss.