

## СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 630\*863.5.001.2

### Алгоритм формирования и выбора предпочтительных вариантов технологических линий и его применение к проектированию гидролизных производств

А. С. РЫВЛИН, Б. З. ШАПИРО

Всесоюзный научно-исследовательский биотехнический институт, Москва

Предложен алгоритм многокритериальной оптимизации, разработанный при решении задачи формирования и выбора наиболее предпочтительных вариантов технологических линий гидролизных производств. С помощью алгоритма сформирован новый, более эффективный по сравнению с существующими вариант технологии производства гидролизных кормовых дрожжей.

Одним из важнейших этапов разработки системы является этап формирования ее возможных вариантов (модификаций) [1]. На этом этапе на основе анализа целей создаваемой системы, изучения исходной информации о ее элементном составе и структуре формируется перечень альтернативных вариантов, из которых выбирается один или несколько наиболее предпочтительных.

Каждая сложная система состоит из ряда подсистем (для микробиологических производств — отделений), которые могут быть реализованы различными способами или с помощью различных видов оборудования. Таким образом, возникает большое число возможных вариантов системы, в целом отличающихся способами реализации каждой подсистемы.

На этапе проектирования системы используется также информация о критериях ее качества. Причем последние имеют как правило противоречивый характер (например, максимум производительности используемого оборудования при минимуме затрат), что создает для разработчиков дополнительные трудности при сравнении проектных решений. Особенно это характерно для проектирования технологических линий микробиологических производств, состоящих из большого числа отделений.

Использование формализованных методов позволяет выбрать на ранних этапах проектирования сложных систем из множества допустимых вариантов проекта подмножество рациональных, среди которых на основе дальнейшей детальной проектной проработки, опроса специалистов-экспертов и т. д. выделяется один оптимальный в многокритериальном смысле вариант.

В настоящее время разработаны различные методы решения задач многокритериальной оптимизации [1—3]. Однако все они имеют ряд существенных недостатков, которые не позволяют использовать их в задачах проектирования гидролизных производств. Так, большинство предложенных алгоритмов генерирует сразу все множество допустимых вариантов, сразу выделяет множество Парето (множество недоминируемых вариантов), не предусматривает проверку на совместимость альтернативных способов реализации разных подсистем, получает системные оценки суммированием соответствующих подсистемных.

Изучение функционирования реальных технологических линий (ТЛ) в заводских условиях требует разработки такого варианта алгоритма формирования и выбора, с помощью которого можно обрабатывать

В. Бирюков, А. А. Воробьев,  
в. М. В. Иванов, В. М. Кантере,  
гл. редактора), В. Е. Матвеев,  
и. гл. редактора), В. Г. Попов,  
эц, О. Г. Широков

Северина

49, Добрининская ул., дом 3,

большое количество альтернативных вариантов реализации систем целом путем предварительного сужения (усечения) общего множества альтернатив и динамического формирования множества Парето. К тому, алгоритм должен быть построен по принципу «устойчивости» учитывать сравнительную важность и взаимную корреляцию критерия. Необходимость использования принципа «устойчивости» связана с тем, при выборе варианта ТЛ часто возникает ситуация, когда из-за не возможности учета всех влияющих факторов отдельные существенные показатели, которые по результатам проектных расчетов находятся вблизи допустимых пределов, на практике оказываются вне допустимых областей.

Поясним указанные принципы, лежащие в основе алгоритма, для случая максимизации критериев. Для оценки эффективности вариантов системы обобщенный критерий качества, являющийся произведением длины критериального вектора с учетом взаимной корреляции критериев, а второй учитывает сравнительную важность критериев и устойчивость варианта в смысле удаленности критериального вектора от координатных гиперплоскостей. При определении обобщенной длины критериального вектора необходимо скомпенсировать влияние взаимной корреляции критериев, а именно, уменьшить вклад в длину положительно скоррелированных критериев и увеличить вклад отрицательно скоррелированных (точная формула будет приведена ниже). Второй сомножитель оценивается для простоты в случае двух критериев. Предположим, что заданы весовые коэффициенты значимости критериев, тогда они задают на плоскости прямую идеальных соотношений критериев. Очевидно, что для получения устойчивого варианта системы выбор должен производиться в окрестности прямой идеальных соотношений. Поэтому второй сомножитель является «штрафом» за отклонение от критериального вектора идеальной прямой и представляет собой унимодальную положительную функцию углового параметра, обращающуюся в нуль при углах, равных  $0$  и  $\frac{\pi}{2}$ , и достигающую максимума при угловом коэффициенте идеальной прямой. Аналогичная конструкция используется и в многомерном случае, при этом многомерная штрафная функция равна произведению двумерных штрафных функций по парам последовательных критериев.

**Постановка задачи и описание алгоритма.** Формальная постановка задачи формирования и выбора альтернативных вариантов ТЛ гидрологических производств может быть сформулирована следующим образом: Обозначим через  $S$  сложную систему (ТЛ), которая состоит из подсистем  $S_i$ ,  $i=1, K$ . Каждая из подсистем может быть реализована альтернативными вариантами  $s_{ij}$ ,  $j=1, m_i$ . Для каждой пары соседних подсистем  $S_i$  и  $S_{i+1}$  задана матрица совместимости вариантов  $M_i = \{m_{rq}\}$ , в которой

$$m_{rq} = \begin{cases} 1, & \text{если комбинация } (s_{ir}; s_{i+1,q}) \text{ — допустима;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Вариант реализации системы в целом задается вектором  $(s_{11}, \dots, s_{kj_k})$ . Для каждой подсистемы  $S_i$  выделен набор подсистемных критериев  $C_{iv}$ , где  $v=1, \dots, l_i$ , и каждому варианту  $s_{ij}$  реализации подсистемы сопоставлен вектор подсистемных оценок  $(C_{ij1}, \dots, C_{ijl_i})$ . Тем самым задано отображение  $f_i: S_i \rightarrow R^{l_i}$ . Кроме того, выделен набор системных критериев  $C_{s1}, \dots, C_{sj}$ , образующих критериальное пространство  $R^j$ . Считаем, что задана вектор-функция  $F: R^{l_1} + \dots + R^{l_k} \rightarrow R^j$ , которая по набору векторов подсистемных критериев определяет вектор системных критериев, являющийся оценкой варианта реализации системы в целом. Предполо-

итов реализации системы в ечения) общего множества множества Парето. Кроме принципу «устойчивости» и юю корреляцию критериев. «устойчивости» связана с тем, что ситуация, когда из-за невоз- отдельные существенные расчетов находятся вблизи оказываются вне допустимой

основе алгоритма, для слу- ективности вариантов стро- цийся произведением двух вляет собой обобщенную имной корреляцию критер- юсть критериев и устойчи- зельного вектора от коорди- щенной длины критериаль- яние взаимной корреляции лину положительно скор- щательно скоррелирован- . Второй сомножитель опи- Предположим, что заданы тогда они задают на плос- триев. Очевидно, что для р должен производиться в Поэтому второй сомножи- критериального вектора одальнюю положительную в нуль при углах, рав- и угловом коэффициенте используется и в много- ная функция равна про- парам последовательных

Формальная постановка : вариантов ТЛ гидролиза следующим образом. которая состоит из под- ожет быть реализована каждой пары соседних имости вариантов  $M_i =$

пустима;

вектором  $(s_{1j_1}, \dots, s_{kj_k})$ . подсистемных критериев реализации подсистемы  $, \dots, C_{ij_1}$ ). Тем самым делен набор системных пространство  $R^l$ . Счи-  $\rightarrow R^l$ , которая по набору тор системных критериев, эмы в целом. Предполо-

жим, что вектор-функция  $F$  монотонна по всем своим координатам, т. е. при возрастании значений произвольного набора координат  $R^l$  при фиксированных остальных значениях координат в  $R^l$  не убывают. Кроме того, считаем, что или заданы весовые коэффициенты системных критериев  $C_{s_1}, \dots, C_{s_l}$ , или эти критерии разбиты на группы  $G_1, \dots, G_m$  по степени важности.

Необходимо, используя указанную выше информацию, выбрать фикси- рованное число парето-оптимальных вариантов реализации системы в целом. Условие монотонности вектор-функции  $F$  позволяет сузить рас- сматриваемое множество вариантов реализации системы, что особенно важно при решении практических задач, так как общее множество ва- риантов реализации системы может быть очень велико. Например, в рассматриваемой задаче выбора оптимальной структуры ТЛ производства гидролизных кормовых дрожжей общее число альтернативных вариантов превышает  $2,9 \cdot 10^9$ . Оптимальные варианты реализации ТЛ следует искать среди множества Парето (множество недоминируемых вариантов), которое вследствие условия монотонности содержится в декартовом произве- дении подсистемных множеств Парето, что существенно уменьшает коли- чество перебираемых вариантов.

Исходными данными для решения задачи оптимизации являются набор матриц  $V_i$ ,  $i=1, K$  критериальных оценок вариантов реализации под- систем, набор матриц  $M_i$  совместности вариантов последовательных подсистем, вектор-функция  $F$  ( $V_1, \dots, V_k$ ) системных оценок варианта системы в целом, вектор весовых коэффициентов  $W$  или группировка системных критериев на непересекающиеся множества  $G_1, \dots, G_m$  и число отбираемых вариантов  $NV$ .

### Алгоритм решения

Шаг 1. Если задана группировка системных критериев  $G_1, \dots, G_m$ , то по некоторому правилу вычисляются веса критериев по группам.

Шаг 2. Для каждой подсистемы формируется подсистемное множество Парето  $P_i$ , а именно: для всех  $i=1, K$  выбираются недоминируемые по подсистемным критериям строки матрицы  $V_i$ .

Шаг 3. Организуется перебор декартова произведения подсистемных множеств Парето  $P = \{P_1 \times \dots \times P_k\}$ .

Шаг 4. Для текущего элемента  $P = P_{j_1}, \dots, P_{j_k}$  из  $P$  осуществляется проверка его допустимости. Вариант считается недопустимым, если хотя бы для одной матрицы  $M_i$   $m_{j_{i+1}} = 0$ . В этом случае осуществляется выбор следующего элемента.

Шаг 5. Для текущего элемента  $P$ , удовлетворяющего условию допустимости, вычисляется с помощью вектор-функции  $F$  вектор системных оце- нок.

Шаг 6. Осуществляется динамическое формирование системного множества Парето, т.е. текущий вариант сравнивается с ранее отобранными вариантами, занесенными в массив  $IP$ . Если этот вариант доминируется каким-либо элементом массива  $IP$ , то генерируется следующий (переход к шагу 3). В противном случае возможны две ситуации. Если текущий элемент доминирует некоторое непустое подмножество массива  $IP$ , то до- минируемые элементы удаляются из  $IP$ , а текущий элемент занимает одно из освободившихся мест. Если же текущий элемент не доминирует и не доминируется элементами  $IP$ , то он заносится в  $IP$  при наличии там свободного места\*.

\* В случае переполнения  $IP$  усечение его производится по той же схеме, что и при окончательном выборе наиболее предпочтительных вариантов (шаги 7–10).

Шаг 7. В полученном по окончании перебора усеченном системном множестве Парето IP вычисляются вектор средних значений Е и матрица KR попарных корреляций значений системных критериев.

Шаг 8. Строится вспомогательная функция для вычисления обобщенного критерия качества варианта реализации системы по формуле

$$\psi(P) = \prod_{i=1}^I \varphi_i,$$

где  $\varphi_i$  — неотрицательная унимодальная функция, зависящая от  $\frac{cs_{i+1}}{cs_i}$ ;  $cs_{i+1}$  и  $cs_i$  — системные оценки рассматриваемого варианта Р.  $\varphi_i$  достигает своего максимального значения при угле, тангенс которого равен  $\frac{cs_{i+1}}{cs_i} = \frac{a_{i+1}}{a_i}$ , где  $a_i$  — весовой коэффициент  $i$ -го критерия. Для вычисления значений унимодальной функции используется следующая формула:

$$\varphi_i = \sin \left[ \pi \left( \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{cs_{i+1}}{cs_i} \right)^{\frac{1}{\log_2 \left( \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{a_{i+1}}{a_i} \right)}} \right].$$

Шаг 9. Вычисляется матрица квадратичной формы  $A = \|a_{ij}\|$  для расчета обобщенной длины критериальных векторов:

$$A = E + I - KR,$$

где Е — единичная диагональная матрица; I — матрица, все элементы которой равны 1.

(Поведение метрики, задаваемой матрицей А, хорошо иллюстрируется для случая двух критериев. При нескоррелированных критериях точки одинаковой предпочтительности — равноудаленные в построенной метрике от начала координат — лежат на прямой; при положительной корреляции критерии — на выпуклом эллипсе; при отрицательной корреляции — на вогнутой гиперболе.)

Шаг 10. Вычисляется обобщенный критерий качества варианта по формуле

$$\Phi(p) = \sum_{i,j} a_{ij} c_i c_j \psi(p),$$

где  $\sum_{i,j} a_{ij} c_i c_j$  — длина вектора  $(cs_1, \dots, cs_I)$  в метрике, заданной корреляционной матрицей А.

Шаг 11. Из усеченного системного множества паретовских вариантов выбирается NV элементов с наибольшими значениями обобщенного критерия качества.

**Применение алгоритма к задаче проектирования ТЛ производства гидролизных кормовых дрожжей.** Описанный алгоритм формирования и выбора был реализован на ЭВМ и использовался для решения задачи оптимизации структуры ТЛ производства гидролизных кормовых дрожжей.

Даже упрощенная типовая схема ТЛ гидролизно-дрожжевого производства [4] является достаточно сложной и имеет разветвленную систему массопотоков. В частности, возникают большие обратные потоки оборотной воды, бражки и т. д., что не дает возможность рассматривать систему в целом как параллельно-последовательную. Общее число отделений равно двадцати двум. При решении задачи выбора оптимального варианта ТЛ рассматривались только те отделения, которые непосредственно относятся к производству дрожжей: прием, подготовка и подача сырья; гидролиз; частичное охлаждение на испарителях; инверсия; нейтрализация; осветление нейтрализата; очистка от летучих примесей; аэрация сусла; холодный отстой сусла; доохлаждение сусла; выращивание засевных дрожжей; выращивание товарных дрожжей; флотация; сепарация; плазмолиз; упаривание; сушка.

В результате проведения экспертизы с проектировщиками гидролизных

бора усеченном системном едином значении Е и матрица их критериев.

для вычисления обобщенной системы по формуле

функция, зависящая от матричного варианта Р. при угле, тангенс которого является критерий. Для 1 используется следующая

матрицы  $A = \|a_{ij}\|$  для расчета

— матрица, все элементы

, хорошо иллюстрируется званных критериях точечные в построенной метрике при положительной корреляции и отрицательной корреляции качества варианта по формуле

етрике, заданной корреляцией

а паретовских вариантов значениями обобщенного

ования ТЛ производства алгоритм формирования ился для решения задачи гидролизных кормовых дрожжей

лизно-дрожжевого производства имеет разветвленную большую обратные потоки возможность рассматривательную. Общее число задачи выбора оптимального отделения, которые решают: прием, подготовка и испарителях; инверсия; сухое от летучих примесей; сушка; сусло; выращивание дрожжей; флотация;

производителями гидролизных

Сравнительная оценка эффективности способов реализации отделения гидролиза\*

Способ реализации	Критерий									
	Качество гидролизата	Удельная себестоимость	Удельные капиталовложения	Удельная производительность	Удельная материалоемкость	Удельное энергопотребление	Удельное потребление пара	Технологическая надежность	Техническая надежность	Ремонтируемость
Гидролиз										
одностадийный	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
двуостадийный	1	2	2	1	2	1	1	1	2	2
Объем гидролизаппарата, увеличивающийся в направлении $a \rightarrow g$										
а	1	2	2	1	2	1	1	1	1	1
б	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1
в	1	1	1	3	1	1	1	2	1	1
г	2	4	4	4	4	2	2	3	2	2
Перколяция:										
совмещенная с центральной подающей трубой (ЦПТ)	2	3	1	4	1	1	1	2	1	1
с восходящим потоком	4	4	1	2	1	1	1	1	2	1
многозонный гидролиз с ЦПТ	1	2	1	3	1	1	1	3	2	2
многозонный гидролиз с восходящей перколяцией	3	1	1	1	1	1	1	3	2	2
Непрерывный гидролиз:										
перколяционный	2	3	3	3	2	2	2	2	2	2
в каскаде прямоточных шнековых реакторов	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
высокотемпературный в прямоточном реакторе	3	2	2	2	1	3	3	3	3	3

\* Приведенные оценки являются средними значениями показателей по результатам проведенных экспертиз.

производств, анализа литературы и обработки технологических регламентов для перечисленных отделений и всей ТЛ в целом были определены системные и подсистемные критерии, зависимости системных критериев от подсистемных, альтернативные способы реализации отделений, произведена оценка этих способов по подсистемным критериям. Структура полученной от экспертов информации о способах реализации отделений потребовала дальнейшего разделения некоторых отделений, в результате чего общее число полученных подсистем достигло тридцати. Общее число альтернативных вариантов ТЛ превысило  $2,9 \cdot 10^9$ . В качестве примера приведены данные (таблица) о способах реализации отделения гидролиза и их сравнительной оценке по подсистемным критериям.

При решении задачи оптимизации структуры ТЛ по результатам ранжирования было выделено десять наиболее важных критерии (см. таблицу). Для оценки ТЛ в целом были использованы стандартные методы перехода от подсистемных критериев к системным.

Для решения задачи оптимизации ТЛ производства гидролизных кормовых дрожжей была осуществлена настройка программного модуля на исходную информацию решаемой задачи. Рассмотрим результаты работы основных этапов программы. После первого этапа в результате выбора паретовских вариантов подсистем общее число альтернатив сократилось до двухсот пятидесяти шести. В результате перебора полученных двухсот пятидесяти шести вариантов было сформировано усеченное множество Парето (массив IP) и вычислены значения системных критериев для этих вариантов. После вычисления обобщенного критерия качества вариантов последние были упорядочены по убыванию его значения. Пять из них с наибольшим значением обобщен-

ного критерия выведены на печать. Наиболее предпочтительным из пяти отобранных является следующий:

Наименование отделения	Способ реализации, оборудование
Гидролиз	Двухстадийный гидролиз, перколяция с восходящим потоком;
Частичное охлаждение на испарителях	Испарение в три ступени
Инверсия	Инверсия под атмосферным давлением
Нейтрализация	Нейтрализация двухступенчатая
Осветление нейтрализата	Фильтр-пресс автоматический камерный
Очистка нейтрализата от летучих примесей	Вакуум-ректификация
Аэрация сусла	Продувка воздухом в дрожжевом чане
Холодный отстой сусла	Фильтрация на фильтр-прессах
Доохлаждение сусла	Пластинчатые теплообменники
Выращивание засевных дрожжей	В 6 ступеней: непрерывное культивирование со ступени 4; ферментер с мешалкой (стадии 1—3); эрлифтный ферментер (стадии 4—6) с термической стерилизацией оборудования
Выращивание товарных дрожжей	В две ступени: ферментер трубчатый с выносным теплообменником, механическим пеногашением, распределенным вводом воздуха и нижним отбором бражки
Флотация	Двухступенчатая по пено и бражке флотация с термическим гашением флотопены
Сепарация	Двухступенчатая сепарация
Плазмолиз	Пластинчатые теплообменники
Упаривание	Пленочные испарители
Сушка	Сушка распылительная центробежная

Второй вариант отличается от наилучшего тем, что вместо двухступенчатой сепарации применяется трехступенчатая с промывкой дрожжей. Третий вариант отличается от наилучшего тем, что доохлаждение проводится на АВО, а не на пластинчатых теплообменниках. Четвертый вариант имеет оба предыдущих отличия относительно предпочтительного. В пятом варианте в отделении выращивания засевных дрожжей используется непрерывное культивирование.

Результаты проведенной работы показали, что разработанный алгоритм можно использовать при проектировании гидролизных производств. После незначительной корректировки имеющееся программное обеспечение может быть использовано для оптимизации структур ТЛ других микробиологических производств.

Поступила 01.04.86

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ларичев О. И. Наука и искусство принятия решений.— М.: Наука, 1979.— 199 с.
2. Гафт М. Г. Принятие решений при многих критериях.— М.: Знание, 1979.— 64 с.
3. Модели и методы формирования и многокритериального выбора предпочтительных вариантов систем. Сб. трудов. Вып. 1 — М., 1981.— 147 с.— (ВНИИСИ).
4. Корольков И. И. Перколяционный гидролиз растительного сырья.— М.: Лесная промышленность, 1978.— 263 с.

#### Algorithm of Formation and Selection of Preferable Variants of Technological Lines and its Application in Designing Hydrolysis Plants

A. S RYVLIN, B. Z. SHAPIRO  
All-Union Research Biotechnical Institute, Moscow

An algorithm of multi-criterior optimization, developed for solving the problem of formation and selection of preferable variants of hydrolysis plants technological lines, is suggested. With its aid a new and more effective variant of technology for the production of hydrolysing fodder yeasts is created.

е предпочтительным из пяти

реализации, оборудование

гидролиз, перколяция с восходящим

I ступени

атмосферным давлением  
двухступенчатая  
томатический камерный  
сация

ом в дрожжевом чане  
фильтр-прессах  
плообменники  
прерывное культивирование со сту-  
пенями мешалкой (степени 1—3); эр-  
тер (степени 4—6) с термической  
орудования  
ферментер трубчатый с выносным  
механическим пеногашением, рас-  
ходом воздуха и нижним отбором

по пено и бражке флотация с тер-  
ем флотопены  
сепарация  
плообменники  
тели  
льная центробежная

это тем, что вместо двух-  
ступенчатая с промывкой дрож-  
шего тем, что доохлажде-  
ных теплообменниках. Чет-  
личия относительно пред-  
ии выращивания засевных  
рование.

и, что разработанный ал-  
горитмы гидролизных произ-  
водств имеющееся программное  
оптимизация структур ТЛ

Поступила 01.04.86

й.— М.: Наука, 1979.— 199 с.  
х.— М.: Знание, 1979.— 64 с.  
о выбора предпочтительных ва-  
с.— (ВНИИСИ).  
ного сырья.— М.: Лесная про-

of Preferable Vari-  
Application in Design-

ed for solving the problem of  
ysis plants technological lines,  
ant of technology for the pro-

**ЕСЛИ ТВОЙ ШЕФ В КОМАНДИРОВКЕ, а ты пишешь для «Биотехнологии» свою первую статью, прислушайся к нашим советам.**

1. Определи жанр статьи. Нам подходят три: проблемные статьи (их скорее всего напишет твой «макрошеф»); обзорные статьи (они обычно заказываются или представляются по согласованию с редакцией) и оригинальные статьи (полная свобода в рамках тематики журнала).

2. Написав статью, вычеркни первую фразу или лучше — первый абзац, где сказано, например, что антибиотики при-  
надлежат к классу веществ с сильным биологическим дей-  
ствием, в связи с чем их нужно получать и изучать. Материал излагай кратко, но без излишней скованности.

3. Тщательно отбери из серии аналогичных рисунков один, который наглядно иллюстрирует полученные тобою данные. Не прикалывай к экземпляру статьи два отличающихся друг от друга рисунка под одним номером.

4. Подбирай иллюстративный материал, подумай, не пере-  
гружена ли им статья. Если да — не лучше ли дать краткое описание рисунка или таблицы в тексте. Если же описание не получается кратким, смело приводи иллюстрацию. Избегай рисунков, которые уже публиковались раньше.

5. Не бойся давать подробную подрисуночную подпись с описанием условий опыта, если, конечно, оно не дублирует дан-  
ные, содержащиеся в разделе «Условия эксперимента».

6. Если ты приводишь компонентный состав в процентах, пусть их сумма не превышает 100 %.

7. Если ты пишешь, что пик активности ферmenta наблюдался при pH 7,5, проверь, чтобы на соответствующем рисунке он не приходился на 7,7.

8. В обсуждении часто используются спекулятивные ходы — это законный атрибут научной литературы. Но выводы, кото-  
рые ты делаешь, должны непосредственно и однозначно выте-  
кать из данных, описанных именно в этой твоей статье, а не  
быть результатом многоэтапных умозрительных построений.

Не забудь указать подробные сведения о себе (почтовый  
адрес с индексом, телефон и др.).

**Желаем успеха!**